

INCERTITUDE DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN SOLIDE

PRINCIPE DE LA DÉTERMINATION DE LA MASSE VOLUMIQUE

La masse volumique ρ est le rapport de la masse m et du volume V :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

L'unité de la masse volumique selon le système international est le kg/m^3 . L'unité g/cm^3 est toutefois mieux adaptée pour les applications de laboratoire.

La détermination de la masse volumique est effectuée selon le «*principe d'Archimède*», à l'aide du kit d'accessoires pour la détermination de masse volumique à l'aide d'une balance.

Ce principe énonce que la valeur du poids de tout corps immergé dans un liquide diminue de la valeur du poids du liquide déplacé.

La procédure de la détermination de la masse volumique selon le principe d'Archimède varie selon que l'on recherche la masse volumique d'un solide ou d'un liquide.

RÉFÉRENCE

- Mettler Toledo, Mode d'emploi – Kit pour la détermination de masse volumique pour balances d'analyse Excellence XP/XS – n°11780508B, version 0807/2.45.
- Mettler Toledo, Brochure « La maîtrise du pesage » n°720907, version 04/2008
- OIML, Recommandation R111, «Poids de classe E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₁₋₂, M₂, M₂₋₃, and M₃», partie 1 «Exigences métrologiques et techniques», version 2004.

ÉQUIPEMENT

- Balance XP205 avec ces caractéristiques : Max = 220 g¹, $d = 0,01$ mg
- Kit Mettler Toledo pour la détermination de la masse volumique
- Thermomètre fourni avec le kit MT
- Liquide auxiliaire (ex: eau distillée ou éthanol)

DÉTERMINATION DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN SOLIDE

Principe

La masse volumique d'un solide est déterminée à l'aide d'un liquide de masse volumique ρ_0 connue (les liquides auxiliaires les plus souvent employés sont l'eau distillée et l'éthanol). Le solide est d'abord pesé dans l'air puis dans le liquide auxiliaire. La masse volumique est calculée à partir des résultats de ces deux pesées ainsi :

$$\rho = \frac{A}{A-B} \times (\rho_0 - \rho_{air}) + \rho_{air} \quad (1)$$

ρ	Masse volumique de l'échantillon
A	Masse de l'échantillon dans l'air
B	Masse de l'échantillon dans le liquide auxiliaire
ρ_0	Masse volumique du liquide auxiliaire
ρ_{air}	Masse volumique de l'air (0,0012 g/cm ³)

¹ L'EMT de la balance dans la plage de mesure est de $\pm 0,05$ mg

Incertitude de la masse volumique d'un solide

Calculs

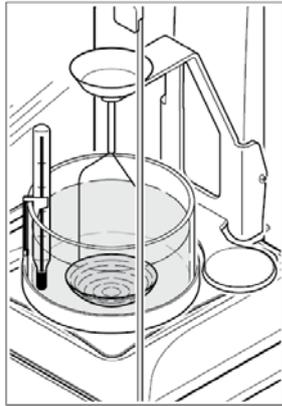
Mode opératoire

Chaque échantillon est mesuré 5 fois (voir exemple dans l'**annexe 4**).

Processus pour la détermination de la masse volumique

Utiliser le bécher bas et un des deux paniers (la figure ci-contre montre le panier pour solides coulants).

Placer le thermomètre sur le bord du bécher bas.



Mettre le bécher dans le plateau creux et le remplir de liquide auxiliaire (liquide de masse volumique ρ_0 connue \rightarrow eau distillée ou éthanol).

Remplir d'une quantité telle que le solide soit recouvert après immersion de 1 cm de liquide au moins.

Accrocher à la console le panier.

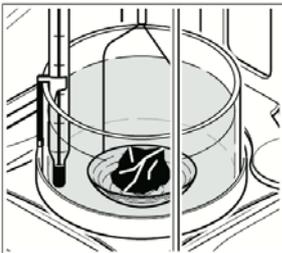
S'assurer qu'aucune bulle d'air n'adhère à la partie immergée du panier (les éliminer le cas échéant en faisant bouger le panier ou à l'aide d'un pinceau fin).



Fermer les portes du pare-brise et tarer la balance.

Mettre le solide dans un des deux plateaux du trépied.

Attendre que l'affichage du poids sur la balance soit stable (le témoin lumineux de stabilité s'allume) et noter le poids affiché **A** (masse de l'échantillon dans l'air).



Prendre le solide du plateau, fermer les portes du pare-brise et tarer la balance. Mettre après le solide dans le panier.

S'assurer qu'aucune bulle d'air n'adhère au solide (éliminer les éventuelles bulles d'air à l'aide d'un pinceau fin).

Attendre que la balance ait atteint l'état stabilisé et noter la valeur **B** affichée (masse de l'échantillon dans le liquide auxiliaire).

Attendre que la balance ait atteint l'état stabilisé et noter la valeur **B** affichée (masse de l'échantillon dans le liquide auxiliaire).

CALCULS

Détermination de la masse

La valeur de la masse dans l'air, affichée par la balance, est entachée d'une erreur liée à la poussée aérostatique. Les chapitres suivants indiquent la marche à suivre pour corriger cette erreur.

Détermination de la masse volumique de l'air (voir annexe 1)

$$\rho_{air} = \frac{0,34848 p_{air} - 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} \text{ où :}$$

p_{air}	Pression atmosphérique en hectopascals (hPa)
h_{air}	Humidité relative exprimée comme un pourcentage
t_{air}	Température de l'air en °C

Correction de la poussée aérostatique dans l'air

La formule suivante permet de corriger cette poussée aérostatique.

$$m \approx R \cdot \frac{1 - \frac{\rho_{air}}{8000}}{1 - \frac{\rho_{air}}{\rho_{solide}}} \text{ où :}$$

ρ_{air}	Masse volumique de l'air
m	Masse corrigée
R	Affichage de la balance
ρ_{solide}	Masse volumique du solide

Exemple

Masse volumique de l'air		Masse corrigée	
Pression atmosphérique :	1000 hPa	Résolution de la balance :	0,01 mg
Taux d'humidité relative :	50%	Affichage de la balance :	0,06953 g
Température :	20 °C	Masse volumique du solide :	1854 kg/m ³
ρ_{air} :	1,189 kg/m ³	Masse corrigée :	0,06956 g

Détermination de la masse volumique du liquide auxiliaire

Éthanol

La détermination de la masse volumique de l'éthanol en fonction de la température est détaillée dans l'**annexe 2**.

Eau distillée

La détermination de la masse volumique de l'eau en fonction de la température est détaillée dans l'**annexe 3**.

Détermination de la masse volumique du solide

Le calcul de la masse volumique du solide est effectué en appliquant la formule (1).

ESTIMATION DE L'INCERTITUDE

L'incertitude de la masse volumique du solide est la combinaison des incertitudes de type A et des incertitudes de type B.

Évaluation de l'incertitude de type A

Du processus de mesurage effectué, on en déduit un volume moyen et l'écart-type expérimental.

Calcul de la masse volumique moyenne du solide

Elle est calculée avec la formule suivante :

$$\bar{\rho}_{solide} = \frac{1}{n} \sum \rho_{solide i} \quad (2) \text{ où :}$$

n	Nombre de mesures
$\rho_{solide i}$	Masse volumique mesurée individuelle du solide

Calcul de la répétabilité

L'écart-type expérimental s permet d'estimer la répétabilité des mesures :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\rho_{solide i} - \bar{\rho}_{solide})^2}{n-1}} \quad (3) \text{ où :}$$

s	écart-type d'une série de mesures
n	Nombre de mesures
$\rho_{solide i}$	Masse volumique mesurée individuelle du solide
$\bar{\rho}_{solide}$	Masse volumique moyenne du solide

Incetitude-type de répétabilité u_a

La répétabilité du processus de détermination de la masse volumique est déterminée conformément au mode opératoire utilisé. Le résultat est alors donné par la moyenne de ces n déterminations (2).

Le processus de mesure est caractérisé par l'estimation s de la répétabilité (3) d'une série de mesures.

L'incertitude-type u_a de la masse volumique est basé sur le plus grand écart-type d'une série de mesures:

$$u_a = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (4) \text{ où :}$$

u_a	Incetitude-type u_a de la masse volumique moyenne
s	Plus grand écart-type d'une série de mesure
n	Nombre de mesures (5)

Évaluation des incertitudes de type B

Les incertitudes de type B retenues sont les différentes variables du mesurande permettant de calculer la masse volumique ρ_{Solide} ; le mesurande (1) est une fonction de grandeurs variables (A, B, ρ_0, ρ_{air}).

Incertitude-type de la mesure des masses u_A et u_B

Comme l'utilisateur vérifie régulièrement la balance, il pourra prendre son erreur maximale tolérée emt comme unique source d'incertitude, sachant qu'elle englobe toutes les sources d'incertitude (résolution, linéarité, répétabilité, pérennité, etc.).

La contribution de l'instrument de pesage est prise en compte deux fois car deux lectures sont effectuées, ex : masse de l'échantillon dans l'air puis dans le liquide auxiliaire. L'incertitude-type de la mesure des masses est calculée à partir de l'emt de la balance. Supposant une distribution rectangulaire, elle est égale à : $u_A = u_B = \frac{2 \times emt}{\sqrt{3}}$ (5)

Cette composante peut être réduite en remplaçant l'emt de la balance par son incertitude U dans la zone de mesure (ex : certificat d'étalonnage COFRAC ou équivalent). Si c'est le cas, en supposant une distribution normale, l'incertitude-type de la masse sera égale à : $u_A = u_B = \frac{2 \times U}{2} = U$ (5a)

Incertitude-type de la masse volumique de l'air $u(\rho_{air})$

Le calcul de sa masse volumique ρ_{air} et de son incertitude-type sont développés dans l'**annexe 1**.

Incertitude-type de la masse volumique du liquide auxiliaire $u(\rho_0)$

Éthanol : Le calcul de sa masse volumique de l'éthanol et de son incertitude-type sont développés dans l'**annexe 2**.

Eau : Le calcul de sa masse volumique de l'eau et de son incertitude-type sont développés dans l'**annexe 3**.

Incertitude-type composée sur la masse volumique du solide

L'opérateur, selon ses habitudes de travail, pourra choisir entre deux méthodes pour déterminer l'incertitude-type composée soit la méthode GUM, soit la méthode EURACHEM.

La méthode GUM nécessite de calculer la dérivée partielle du mesurande (1) en fonction de chacune de ses composantes pour déterminer les valeurs des coefficients de sensibilité.

La méthode EURACHEM permet d'estimer avec une méthode numérique l'incertitude-type composée sans calcul de dérivée partielle.

Incertitude-type composée selon GUM

Selon le GUM, l'incertitude-type composée de la mesure associée à la masse volumique peut être rédigée comme : $u_c(\rho_{Solide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$

$$u_c(\rho_{Solide}) = \sqrt{c_0^2 \times u_a^2 + c_1^2 \times u_A^2 + c_2^2 \times u_B^2 + c_3^2 \times u_{\rho_0}^2 + c_4^2 \times u_{\rho_{air}}^2}$$

Le coefficient de sensibilité c_0 vaut 1. Les autres coefficients c_1, c_2, c_3 et c_4 sont calculés à partir des dérivées partielles du mesurande (1). Le détail de ces calculs est donné à l'**annexe 4**.

Incertitude-type composée selon EURACHEM

L'estimation de l'incertitude-type composée $U_c(\rho_{\text{Solide}})$ est réalisée en appliquant la méthode numérique décrite dans le guide EURACHEM/CITAC – version 2. Ce guide peut être téléchargé à l'adresse : <http://www.eurachem.org>

La fonction y est définie par la formule (1). Cette incertitude-type composée est la combinaison des incertitudes de type A et d'incertitudes de type B. Le détail de ces calculs est donné à l'**annexe 4**.

Exemples de calcul

Chaque annexe propose un exemple de calcul avec une incertitude-type déterminée selon les 2 méthodes (GUM et EURACHEM).

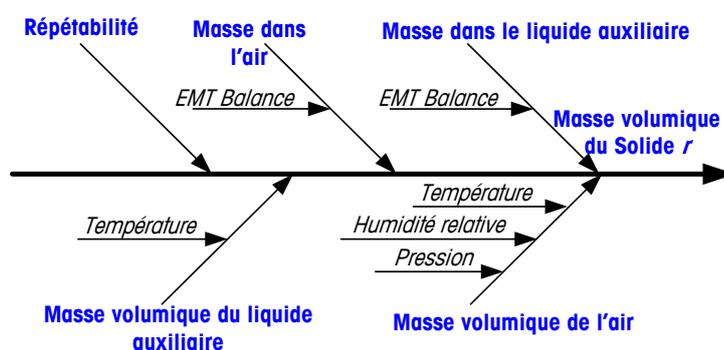
Incertitude élargie

L'incertitude élargie $U\rho_{\text{Solide}}$ de la masse volumique est calculée en multipliant l'incertitude-type composée $U_c(\rho_{\text{Solide}})$ par le facteur d'élargissement k .

La valeur $k = 2$ est recommandée. Cela signifie que dans le cas d'une distribution normale des valeurs de mesure, la valeur mesurée ρ_{Solide} est couverte par l'intervalle donné par $\rho_{\text{Solide}} \pm U\rho_{\text{Solide}}$ ($k = 2$) avec un niveau de confiance de 95%.

DIAGRAMME DES CAUSE ET DES EFFETS (FISH BONE)

Cette figure montre les principales sources d'incertitude impliquées dans l'évaluation.



COMMENTAIRES

Les commentaires ci-dessous proviennent de l'étude des résultats de calcul proposés dans les annexes.

Résolution du thermomètre

Les tables de masse volumique de l'eau distillée et de l'éthanol, fournies avec le mode d'emploi, proposent des valeurs pour une plage de température variant de 10.0 °C à 30.9 °C par 1/10 °C.

Le thermomètre fourni avec le kit a une résolution² de 0,1 °C. Une résolution meilleure (ex : 0,01 °C) est inutile car ni l'incertitude-type de la régression linéaire, ni l'incertitude-type du liquide auxiliaire ne seront réduites.

² Après interpolation entre 2 les lignes les plus proches (limbe)

Incertitude de la masse volumique d'un liquide

Détermination de la masse volumique d'un liquide

Éthanol vs Eau

Avec une répétabilité identique, l'incertitude élargie avec de l'éthanol est meilleure que celle avec de l'eau. La raison tient du fait que l'incertitude de la régression linéaire pour l'eau est plus grande.

Pour palier à ce défaut, il est recommandé d'utiliser la formule du BIPM permettant de déterminer directement la masse volumique de l'eau en fonction de la température. Avec la formule du BIPM, l'incertitude est divisée par 5 (voir exemple de calcul proposé dans l'annexe 5).

INCERTITUDE DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN LIQUIDE

DÉTERMINATION DE LA MASSE VOLUMIQUE D'UN LIQUIDE

Principe

La masse volumique d'un liquide est déterminée à l'aide d'un plongeur de volume connu. Le plongeur est d'abord pesé dans l'air puis dans le liquide dont la masse volumique doit être déterminée. La masse volumique est calculée à partir du résultat des deux pesées de la manière suivante :

$$\rho = \alpha \times \frac{A - B}{V} + \rho_{air} \quad (10) \text{ où :}$$

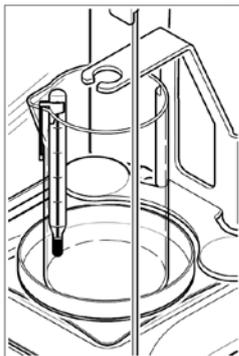
ρ	Masse volumique de l'échantillon
A	Masse du plongeur dans l'air
B	Masse du plongeur dans le liquide
ρ_{air}	Masse volumique de l'air
α	Facteur de correction de la balance (0,99985), tient compte de la poussée aérostatique du poids de réglage.

Plongeur



Le volume du plongeur fourni par MT et la moitié inférieure du fil de suspension comprise, sont équilibrés de manière à ce que l'erreur maximale engendrée lors de la détermination de la masse volumique de l'eau à une température de 20 °C, soit de $\pm 0,0005 \text{ g/cm}^3$.

Mode opératoire pour la détermination de la masse volumique



Préparer la balance pour la détermination de la masse volumique

Installer la plaque-support, la console, et le plateau creux.

Poser le bécquet vide dans le plateau creux et accrocher sur le bord du bécquet le thermomètre fourni avec les accessoires.

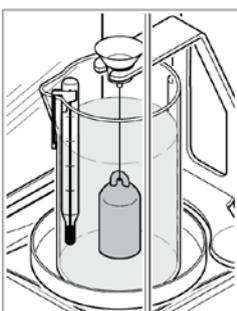
Accrocher le plongeur à la console et s'assurer qu'il ne touche ni le bécquet, ni le thermomètre.

Tarer la balance (la masse A du plongeur dans l'air est égale à 0 après appui sur la touche 'Tare').

Remplir le bécquet du liquide dont la masse volumique est à déterminer (jusqu'à env. 1 cm au-dessus de l'anneau de fixation du plongeur).

S'assurer qu'aucune bulle d'air n'adhère au plongeur (éliminer les éventuelles bulles d'air à l'aide d'un pinceau fin).

Attendre que l'affichage du poids sur la balance soit stable et noter la valeur affichée de la masse du plongeur dans le liquide B (la masse du liquide déplacé correspond à $P = A - B$).



RÉFÉRENCE

- Metrologia n°38 – Recommandation pour la table de masse volumique de l'eau entre 0 °C et 40 °C sur la base de rapports expérimentaux récents, 2000
- IUPAC Pure Appl. Chem. Rôle des matériaux de référence dans la réalisation des propriétés physico-chimiques. Passé, Présent, et Futur, Vol. 72, n° 10, 2001

CALCULS

Déterminer à présent la masse volumique cherchée ρ du liquide (à la température mesurée par le thermomètre) selon la formule (10) indiquée plus haut.

ESTIMATION DE L'INCERTITUDE

L'incertitude de la masse volumique du liquide est la combinaison des incertitudes de type A et de type B.

Évaluation de l'incertitude de type A

Du processus de mesurage effectué, on en déduit une masse volumique moyenne et l'écart-type expérimental.

Calcul de la masse volumique moyenne du liquide

Elle est calculée avec la formule suivante :

$$\overline{\rho}_{\text{Liquide}} = \frac{1}{n} \sum \rho_{\text{Liquide } i} \quad (11) \text{ où :}$$

n	Nombre de mesures
$\rho_{\text{Liquide } i}$	Masse volumique mesurée individuelle du liquide

Calcul de la répétabilité

L'écart-type expérimental s permet d'estimer la répétabilité des mesures :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (\rho_{\text{Liquide } i} - \overline{\rho}_{\text{Liquide}})^2}{n-1}} \quad (12) \text{ où :}$$

s	Écart-type des mesures
n	Nombre de mesures
$\rho_{\text{Liquide } i}$	Masse volumique mesurée individuelle du liquide
$\overline{\rho}_{\text{Liquide}}$	Masse volumique moyenne du liquide

Incertitude-type de répétabilité u_a

La répétabilité du processus de détermination de la masse volumique est déterminée conformément au mode opératoire utilisé. Le résultat est alors donné par la moyenne de ces n déterminations (11).

Le processus de mesure est caractérisé par l'estimation s de la répétabilité (12) d'une détermination $\rho_{\text{Liquide } i}$.

L'incertitude-type u_a de la masse volumique moyenne $\overline{\rho}_{\text{Liquide}}$ du liquide résultant des n mesurages vaut :

$$u_a = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (13) \text{ où :}$$

u_a	Incetitude-type u_a de la masse volumique moyenne
s	Écart-type des mesures
n	Nombre de mesures

Évaluation des incertitudes de type B

Les incertitudes de type B retenues sont les différentes variables du mesurande permettant de calculer la masse volumique ρ_{Liquide} ; la formule (10) est une fonction de grandeurs variables (A , B , V , ρ_{air}).

Incetitude-type de la mesure des masses u_A et u_B

Comme l'utilisateur vérifie régulièrement la balance, il pourra prendre son erreur maximale tolérée *emt* comme unique source d'incertitude, sachant qu'elle

Incertitude de la masse volumique d'un liquide

Estimation de l'incertitude

englobe toutes les sources d'incertitude (résolution, linéarité, répétabilité, pérennité, etc.).

La contribution de l'instrument de pesage est prise en compte deux fois car deux lectures sont effectuées, exemple mise à zéro de la balance puis mesure de masse de l'échantillon dans l'air et dans le liquide auxiliaire. L'incertitude-type de la mesure des masses est calculée à partir de l'*emt* de la balance. Supposant une distribution rectangulaire, elle est égale à : $u_A = u_B = \frac{emt}{\sqrt{3}}$ (13)

Cette composante peut être réduite en remplaçant l'*emt* de la balance par son incertitude U dans la zone de mesure (ex : certificat d'étalonnage COFRAC ou équivalent). Si c'est le cas, en supposant une distribution normale, l'incertitude-type de la masse vaut : $u_A = u_B = \frac{Inc_{Balance}}{2}$ (13a)

Incertitude-type du volume du plongeur u_V

Elle est indiquée dans le mode d'emploi. En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type vaut : $u_V = \frac{0,0005}{\sqrt{3}}$ (14)

Si le plongeur fait l'objet d'un certificat d'étalonnage, cette composante peut être réduite en remplaçant 0,0005 par l'incertitude indiquée dans le certificat d'étalonnage. En supposant une distribution normale, l'incertitude-type du plongeur vaut : $u_V = \frac{Inc_{Plongeur}}{2}$ (14a)

Incertitude-type de la masse volumique de l'air $u(\rho_{air})$

Le calcul de sa masse volumique ρ_{air} et de son incertitude-type sont développés dans l'**annexe 1**.

Incertitude-type composée

Incertitude-type composée selon GUM

Selon le GUM, l'incertitude-type composée de la mesure associée à la masse volumique peut être rédigée comme : $u_c(\rho_{Liquide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$

$$u_c(\rho_{Liquide}) = \sqrt{c_0^2 \times u_a^2 + c_1^2 \times u_A^2 + c_2^2 \times u_B^2 + c_3^2 \times u_{\rho_{air}}^2}$$

Le coefficient de sensibilité c_0 vaut 1. Les autres coefficients c_1 , c_2 et c_3 sont calculés à partir des dérivées partielles de la formule (10). Le détail de ces calculs est donné à l'**annexe 6**.

Incertitude-type composée selon EURACHEM

Cette incertitude-type composée est la combinaison des incertitudes de type A et d'incertitudes de type B. Le détail de ces calculs est donné à l'**annexe 6**.

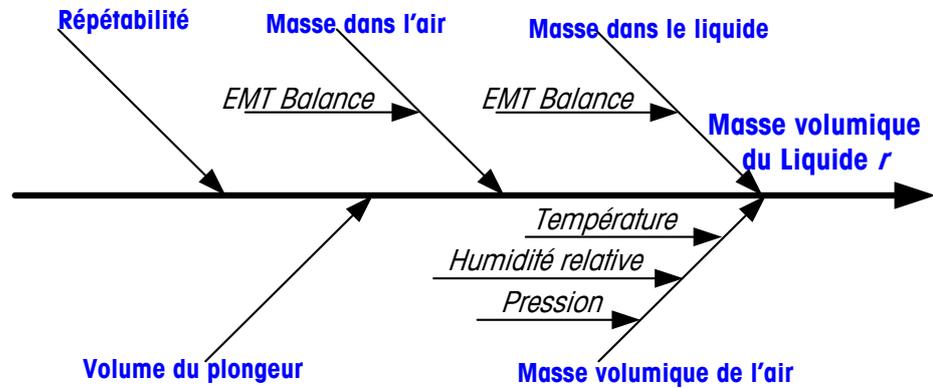
Incertitude élargie

L'incertitude élargie $U_{\rho_{Liquide}}$ de la masse volumique est calculée en multipliant l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$ par le facteur d'élargissement k .

La valeur $k = 2$ est recommandée. Cela signifie que dans le cas d'une distribution normale des valeurs de mesure, la valeur mesurée $\rho_{Liquide}$ est couverte par l'intervalle donné par $\rho_{Liquide} \pm U_{\rho_{Liquide}}$ ($k = 2$) avec un niveau de confiance de 95%.

DIAGRAMME DES CAUSE ET DES EFFETS (FISH BONE)

Cette figure montre les principales sources d'incertitude impliquées dans l'évaluation.



ANNEXE 1 – MASSE VOLUMIQUE DE L'AIR HUMIDE

FORMULE

OIML – R111

La recommandation R111 de l'OIML propose cette formule simplifiée.

$$\rho_{air} = \frac{0,34848 p_{air} - 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} \quad \text{où :}$$

p_{air}	est la pression atmosphérique en hectopascals (hPa)
h_{air}	est l'humidité relative exprimée comme un pourcentage (ex : 80 % d'humidité relative = 0,8)
t_{air}	est la température de l'air en °C

Limites pour le calcul de la masse volumique de l'air

Cette formule a une incertitude relative de 2^{E-4} dans l'étendue :

- $900 \text{ hPa} < p_{air} < 1100 \text{ hPa}$,
- $10 \text{ °C} < t_{air} < 30 \text{ °C}$ et
- $h_{air} < 80\%$.

En dehors de cette étendue, aucune mesure n'est réalisée.

Un laboratoire sans équipement pour mesurer la pression atmosphérique et l'humidité, peut utiliser une valeur moyenne proposée par l'étendue :

- Pression moyenne = 1000 hPa
- Humidité moyenne = 50 %

INCERTITUDE SELON GUM

L'incertitude-type de la masse volumique de l'air ρ_{air} vaut :

$$u(\rho_{air}) = \sqrt{u^2(\text{form.}) + \left(\frac{\partial \rho_{air}}{\partial p_{air}}\right)^2 \times u^2(p_{air}) + \left(\frac{\partial \rho_{air}}{\partial t_{air}}\right)^2 \times u^2(t_{air}) + \left(\frac{\partial \rho_{air}}{\partial h_{air}}\right)^2 \times u^2(h_{air})} \quad (20)$$

Incertitude-type de la formule

La formule a une incertitude relative de 2^{E-4} . En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type de la formule est calculée comme suit :

$$u(\text{form.}) = (1,2 \times 0,0002) / \sqrt{3} \quad (21)$$

Incertitude-type des paramètres de l'air (t_{air} , p_{air} , h_{air})

En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type est déterminée à partir de l'incertitude mentionnée dans le certificat d'étalonnage du thermomètre, du baromètre et de l'hygromètre, auquel on associe la pérennité. Exemple pour le thermomètre mesurant la température de l'air t_{air} :

$$u(t_{air}) = \sqrt{\frac{u_{\text{étalonnage}}^2 + u_{\text{pérennité}}^2}{3}} \quad \text{avec } u_{\text{pérennité}} \geq u_{\text{étalonnage}}$$

Quel que soit le thermomètre, il n'est pas possible de mesurer la température de l'air à proximité du plateau d'une balance, avec une incertitude-type meilleure que $0,5 \text{ °C}$; cela en raison de l'hétérogénéité de la température de l'air.

Sans équipement étalonné pour mesurer la pression atmosphérique et l'humidité relative de l'air, la valeur moyenne est déterminée à partir des étendues :

- Pression : Min = 900 hPa et Max = 1100 hPa
- Humidité : Min = 20 % et Max = 80 %

En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type de ces 2 composants est déterminée ainsi : $u(\rho_{air}) = \frac{1100 - 900}{\sqrt{3}} = \frac{200}{\sqrt{3}} = 115 \text{hPa}$ et

$$u(h_{air}) = \frac{80 - 20}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} = 35\%$$

Coefficient de sensibilité pour la température de l'air

Le coefficient de sensibilité relatif à t_{air} est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction ρ_{air} . On peut simplifier sa présentation :

$$\rho_{air} = \frac{0,34848 p_{air} - 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = \frac{0,34848 p_{air}}{273,15 + t_{air}} - \frac{0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = u - \frac{w}{v}$$

Fonction u - Dérivée partielle u'	Fonction v - Dérivée partielle v'
$u(t_{air}) = \frac{0,34848 p_{air}}{273,15 + t_{air}}$ $u'(t_{air}) = -\frac{0,34848 p_{air}}{(273,15 + t_{air})^2}$	$v(t_{air}) = 273,15 + t_a$ $v'(t_{air}) = 1$
Fonction w - Dérivée partielle w'	
$w(t_{air}) = 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})$ $w'(t_{air}) = 0,061 \times 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})$	

Le coefficient de sensibilité $\frac{\partial \rho_{air}}{\partial t_{air}}$ est égal à :

$$\frac{\partial \rho_{air}}{\partial t_{air}} = -\frac{0,34848 p_{air}}{(273,15 + t_{air})^2} - \left\{ \frac{[(0,061 \times 0,009 h_{air} \times \exp(0,061 t_{air})) \times (273,15 + t_{air})] - [(0,009 h_{air} \times \exp(0,061 t_{air})) \times 1]}{(273,15 + t_{air})^2} \right\}$$



$$\frac{\partial \rho_{air}}{\partial t_{air}} = \frac{-0,34848 p_{air} - \{ [0,009 h_{air} \times \exp(0,061 t_{air})] \times [0,061 \times (273,15 + t_{air}) - 1] \}}{(273,15 + t_{air})^2}$$

Coefficient de sensibilité pour la pression atmosphérique

Le coefficient de sensibilité relatif à p_{air} est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction ρ_{air} . On peut simplifier sa présentation :

$$\rho_{air} = \frac{0,34848 p_{air} - 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = \frac{0,34848 p_{air}}{273,15 + t_{air}} - \frac{0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = u - \frac{w}{v}$$

Fonction u - Dérivée partielle u'
$u = \frac{0,34848 p_{air}}{273,15 + t_{air}}$ $u' = \frac{0,34848}{273,15 + t_{air}}$

Le coefficient de sensibilité $\frac{\partial \rho_{air}}{\partial p_{air}}$ est égal à : $\frac{0,34848}{(273,15 + t_{air})}$

Coefficient de sensibilité pour l'humidité relative

Le coefficient de sensibilité relatif à h_{air} est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction ρ_{air} . On peut simplifier sa présentation :

$$\rho_{air} = \frac{0,34848 p_{air} - 0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = \frac{0,34848 p_{air}}{273,15 + t_{air}} - \frac{0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}} = u - \frac{w}{v}$$

Fonction w - Dérivée partielle w'
$w = \frac{0,009(h_{air}) \times \exp(0,061 t_{air})}{273,15 + t_{air}}$

Annexe 1 – Masse volumique de l'air humide

Incertitude selon EURACHEM

$$\frac{w'}{v} = \frac{0,009 \times \exp(0,061 t_{\text{air}})}{273,15 + t_{\text{air}}}$$

Le coefficient de sensibilité $\frac{\partial \rho_{\text{air}}}{\partial h_{\text{air}}}$ est égal à : $-\frac{(0,009 \times \exp(0,061 t_{\text{air}}))}{(273,15 + t_{\text{air}})}$

Coefficient de sensibilité	Formules
$\frac{\partial \rho_{\text{air}}}{\partial t_{\text{air}}}$	$\frac{\partial \rho_{\text{air}}}{\partial t_{\text{air}}} = -0,34848 p_{\text{air}} - \frac{\{[0,009 h_{\text{air}} \times \exp(0,061 t_{\text{air}})] \times [0,061 \times (273,15 + t_{\text{air}}) - 1]\}}{(273,15 + t_{\text{air}})^2}$
$\frac{\partial \rho_{\text{air}}}{\partial p_{\text{air}}}$	$0,34848 / (273,15 + t_{\text{air}})$
$\frac{\partial \rho_{\text{air}}}{\partial h_{\text{air}}}$	$-(0,009 \times \exp(0,061 t_{\text{air}})) / (273,15 + t_{\text{air}})$

Calculs

Certaines valeurs numériques ont des coefficients de sensibilité dépendant du paramètre de mesure des conditions ambiantes. Ainsi, il n'est pas possible d'utiliser les valeurs de cet exemple pour d'autres paramètres.

La contribution de la résolution du thermomètre est négligée car elle est bien plus faible que celle du certificat d'étalonnage.

Grandeur	Mesures	Incertitude	Pérennité	Incert. type
Température de l'air t_{air}	20 °C	± 0,5 °C	± 0,5 °C	0,41 °C
Pression atmosphérique p_{air}	1000 hPa	/	/	/
Humidité relative de l'air h_{air}	50%	/	/	/
Composante d'incertitude	Incert. type u_j	Coeff. de sensibilité c_j	Incert. $u_j c_j$	
Formule	$1,4^{E-7}$ g/cm ³	1	$1,4^{E-10}$ g/cm ³	
Température	0,5 °C	$-4,1^{E-3}$	$-2,0^{E-6}$ g/cm ³	
Pression atmosphérique	115 hPa	$1,2^{E-3}$	$1,4^{E-4}$ g/cm ³	
Humidité relative	35%	$-1,0^{E-4}$	$-3,6^{E-8}$ g/cm ³	
Incertitude-type composée $u_c(\rho_{\text{air}})$				$1,4^{E-4}$ g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

Incertitude-type de la formule et des paramètres de l'air (t_{air} , p_{air} , h_{air})

Elle est calculée de la même façon que la méthode GUM.

Incertitude-type composée

	A	B	C	D	E
1			t_{air}	h_{air}	p_{air}
2		Valeur	20,0 °C	50%	1000 hPa
3		Incert. type	0,5 °C	35%	115 hPa
4	t_{air}	20,0 °C	20,5	20,0	20,0
5	h_{air}	50%	50%	85%	50%
6	p_{air}	1000 hPa	1000	1000	1115
7	ρ_{air}	0,0012 g/cm ³	0,00119	0,00119	0,00133
8	$u(y, x_i)$		-2^{E-6}	-4^{E-8}	1^{E-4}
9	$u(y, x_i)^2$	$1,9^{E-8}$	$4,1^{E-12}$	$1,3^{E-15}$	$1,9^{E-8}$
10	$u(\rho_{\text{air}})$	$1,4^{E-4}$ g/cm ³			
11	u_{Formule}	$1,4^{E-7}$ g/cm ³			
12	$u_c(\rho_{\text{air}})$	$1,4^{E-4}$ g/cm³			

Les valeurs des paramètres t_{air} , p_{air} , h_{air} sont entrés en C2, D2 et E2. Les incertitudes-types sont dans les lignes du dessous (C3, D3 et E3). La feuille de calcul copie les valeurs de C2, D2 et E2 dans la seconde colonne en B4, B5 et B6. Le résultat ρ_{air} utilisant ces valeurs est donné en B7. La cellule C4 indique la valeur de t_{air} en C2 augmentée de son incertitude donnée en C3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs de C4 à C6 est donné en C7. La cellule D5 indique la valeur de h_{air} en D2 augmentée de son incertitude donnée en D3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs de D4 à D6 est donné en D7. La cellule E6 indique la valeur de p_{air} en E2 augmentée de son incertitude donnée en E3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs en E4 à E6 est donné en E7. La valeur indiquée dans la cellule C8 est la différence entre la cellule C7 et la cellule B7. La valeur indiquée dans la cellule D8 est la différence entre la cellule D7 et la cellule B7. La valeur indiquée dans la cellule E8 est la différence entre la cellule E7 et la cellule B7. Les valeurs des cellules C8 à E8 sont élevées au carré pour donner les valeurs indiquées de C9 à E9. La cellule B9 indique la somme des cellules C9 à E9. La cellule B10 indique l'incertitude-type, fonction de t_{air} , p_{air} , h_{air} , qui est la racine carrée de B9. La cellule B11 indique l'incertitude-type liée à la formule. La cellule B12 calcule la racine de la somme des carrés des cellules B10 et B11, pour indiquer l'incertitude-type composée de la masse volumique de l'air.

GUM vs EURACHEM

Pas de différence entre la méthode de l'EURACHEM et celle du GUM.

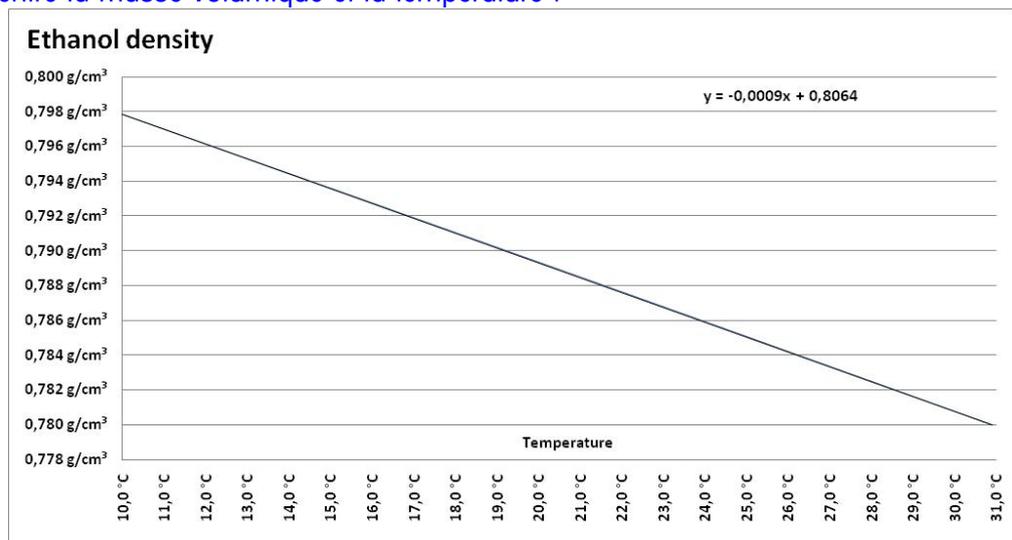
ANNEXE 2 – MASSE VOLUMIQUE DE L'ÉTHANOL

TABLE

La masse volumique de l'éthanol est déterminée à partir des données de la table suivante proposée dans le mode d'emploi livré avec le kit d'accessoires pour la détermination de la masse volumique :

T/°C	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10.	0.79784	0.79775	0.79767	0.79758	0.79750	0.79741	0.79733	0.79725	0.79716	0.79708
11.	0.79699	0.79691	0.79682	0.79674	0.79665	0.79657	0.79648	0.79640	0.79631	0.79623
12.	0.79614	0.79606	0.79598	0.79589	0.79581	0.79572	0.79564	0.79555	0.79547	0.79538
13.	0.79530	0.79521	0.79513	0.79504	0.79496	0.79487	0.79479	0.79470	0.79462	0.79453
14.	0.79445	0.79436	0.79428	0.79419	0.79411	0.79402	0.79394	0.79385	0.79377	0.79368
15.	0.79360	0.79352	0.79343	0.79335	0.79326	0.79318	0.79309	0.79301	0.79292	0.79284
16.	0.79275	0.79267	0.79258	0.79250	0.79241	0.79232	0.79224	0.79215	0.79207	0.79198
17.	0.79190	0.79181	0.79173	0.79164	0.79156	0.79147	0.79139	0.79130	0.79122	0.79113
18.	0.79105	0.79096	0.79088	0.79079	0.79071	0.79062	0.79054	0.79045	0.79037	0.79028
19.	0.79020	0.79011	0.79002	0.78994	0.78985	0.78977	0.78968	0.78960	0.78951	0.78943
20.	0.78934	0.78926	0.78917	0.78909	0.78900	0.78892	0.78883	0.78874	0.78866	0.78857
21.	0.78849	0.78840	0.78832	0.78823	0.78815	0.78806	0.78797	0.78789	0.78780	0.78772
22.	0.78763	0.78755	0.78746	0.78738	0.78729	0.78720	0.78712	0.78703	0.78695	0.78686

Ce tableau ne donnant aucune information sur la « précision » des valeurs, ses données sont ensuite transposées dans un tableur pour tracer la relation entre la masse volumique et la température :



Ce tracé permet de déterminer la pente β et l'ordonnée à l'origine α de la droite de tendance, pour calculer la masse volumique en fonction de la température :

$$\rho_{Ethanol} = \alpha + \beta \times t_{Ethanol} \quad (6) \text{ où :}$$

$\rho_{Ethanol}$	Masse volumique de l'éthanol
α	Ordonnée à l'origine ($\alpha = 0,8064 \text{ g/cm}^3$)
β	Pente de la droite ($\beta = - 0,00085$)
$t_{Ethanol}$	Température de l'éthanol (°C)

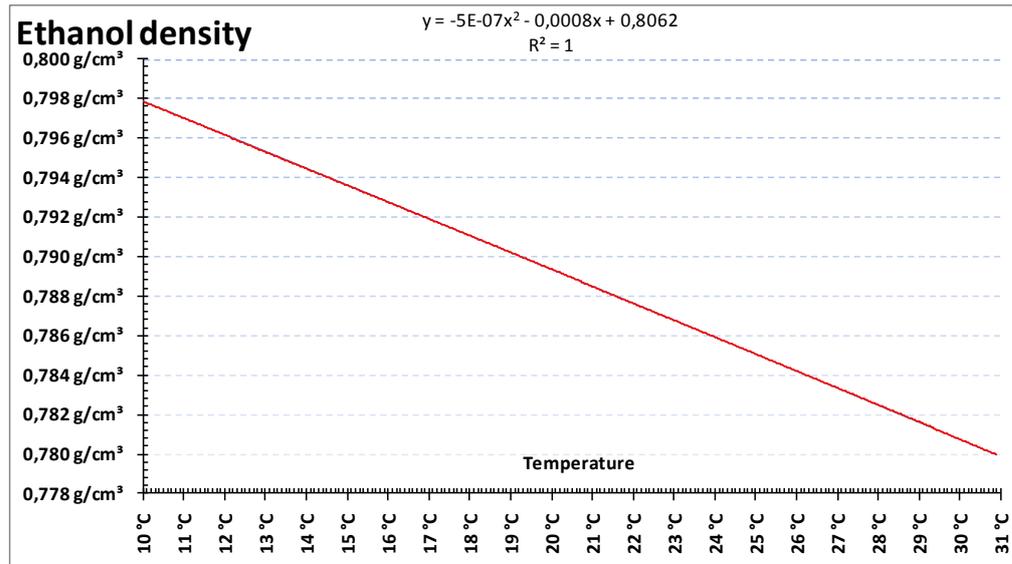
Ce tracé permet aussi de déterminer la courbe de tendance avec un polynôme de second degré pour calculer la masse volumique en fonction de la température :

$$\rho_{Ethanol} = \alpha + \beta \times (t_{Ethanol}) + \chi \times (t_{Ethanol})^2 \quad (6a) \text{ où :}$$

$\rho_{Ethanol}$	Masse volumique de l'éthanol
α	Ordonnée à l'origine ($\alpha = 0,8062 \text{ g/cm}^3$)
β	Coeff. de premier degré ($\beta = - 8,3 \times 10^{-4}$)
χ	Coeff. de second degré ($\chi = - 4,9 \times 10^{-7}$)
$t_{Ethanol}$	Température de l'éthanol (°C)

Annexe 2 – Masse volumique de l'éthanol

Incertitude selon GUM



INCERTITUDE SELON GUM

L'incertitude-type de la masse volumique de l'éthanol vaut :

$$u(\rho_{Ethanol}) = \sqrt{u^2(\text{formule}) + c^2 \times u^2(t_{Ethanol})} \quad (7)$$

Incertitude-type de la formule

L'incertitude-type liée à la formule correspond à la plus grande différence entre les valeurs de la table et les valeurs recalculées à partir de la formule (6) pour chaque température.

Avec une courbe de tendance de premier ordre, cette plus grande différence correspond à $4,0^{E-5}$ g/cm³. L'incertitude-type liée à la formule est égale à 4^{E-5} g/cm³ (8)³.

Incertitude-type de la température

Le thermomètre utilisé est étalonné périodiquement. Sa résolution est inférieure ou égale à 0,1 °C. Quel que soit le thermomètre, il n'est pas possible de mesurer la température d'un liquide avec une incertitude-type meilleure que 0,2 °C ; cela en raison de l'homogénéité et de la stabilité de la température de l'éthanol.

En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type est déterminée à partir de l'incertitude mentionnée dans le certificat d'étalonnage du thermomètre, auquel on associe sa pérennité.

$$u(t_{Ethanol}) = \sqrt{\frac{U_{\text{étalonnage}}^2 + U_{\text{pérennité}}^2}{3}} \quad \text{avec } U_{\text{pérennité}} \geq U_{\text{étalonnage}} \quad (9)$$

Le coefficient de sensibilité c relatif à $t_{Ethanol}$ est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction : $\rho_{Ethanol} = \alpha + \beta \times t_{Ethanol}$

Le coefficient de sensibilité c relatif à $t_{Ethanol}$ est égal à β ($-8,55^{E-4}$) (10).

Incertitude-type composée

Certaines valeurs numériques des coefficients de sensibilité dépendent de la température. Ainsi, il n'est pas possible d'utiliser les valeurs de cet exemple pour

³ Cette composante peut être réduite avec la droite de tendance de second ordre, car cette plus grande différence ne correspond plus qu'à $6,0^{E-6}$ g/cm³. L'incertitude-type liée à la formule est égale à 6^{E-6} g/cm³ (8a).

d'autres températures. La contribution de la résolution du thermomètre est bien plus faible que celle de son certificat d'étalonnage. La contribution au calcul d'incertitude est négligée.

Grandeur	Mesure	Incertitude	Pérennité	Incert. type
Thermomètre	23,0°C	± 0,1°C	± 0,1°C	0,08°C
Composantes d'incertitude	Incert. type u_j	Coeff. de sensibilité c_j		Incert. $u_j c_j$
Formule	4^{E-5} g/cm ³	1		$4,0^{E-5}$ g/cm ³
Température de l'éthanol	0,2°C	-8,55 ^{E-4}		-1,7 ^{E-4} g/cm ³
Incertitude-type composée $u_c(\rho_{Ethanol})$:				1,8^{E-4} g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

Incertitude-type de la formule et de la température

Elle est calculée de la même façon que pour la méthode GUM.

Incertitude-type composée

En prenant les valeurs numériques décrites ci-dessus, on obtient :

	A	B	C
1			$t_{Ethanol}$
2		Valeur	23,0°C
3		Incert. Type	0,2 °C
4	$t_{Ethanol}$	23,0°C	23,2
5	Alpha	-0,00085	-0,00085
6	Beta	0,8064	0,8064
7	$\rho_{Ethanol}$	0,7868 g/cm ³	0,7866
8	$u(y, x)$		-1,7 ^{E-4}
9	$u(y, x)^2$	2,9 ^{E-8}	2,9 ^{E-8}
10	$u(\rho_{Eth}, t_{Eth})$	1,7 ^{E-4} g/cm ³	
11	$u_{formule}$	4,0 ^{E-5} g/cm ³	
12	$u_c(\rho_{Ethanol})$	1,8 ^{E-4} g/cm ³	

La valeur du paramètre $t_{Ethanol}$ est entrée dans la seconde ligne en C2. Son incertitude-type est dans la ligne du dessous (C3). La feuille de calcul copie la valeur de C2 dans la seconde colonne en B4. Les constantes 'alpha' et 'beta' de la formule pour la masse volumique de l'éthanol sont entrées dans les cellules de B5 et B6 et la feuille de calcul les recopie les mêmes valeurs dans les cellules de C5 et C6. Le résultat $\rho_{Ethanol}$ utilisant ces valeurs est donné en B7. La cellule C4 indique la valeur de t en C2 plus son incertitude donnée en C3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs de C4 à C6 est donné en C7. La valeur indiquée dans la cellule C8 est la différence entre la cellule C7 moins la valeur donnée en B7. La valeur de la cellule C8 est élevée au carré pour donner la valeur indiquée en C9. La cellule B10 indique l'incertitude-type, fonction de $t_{Ethanol}$, qui est la racine carrée de la cellule B9. La cellule B11 indique l'incertitude-type liée à la formule. La cellule B12 calcule la racine de la somme des carrés des cellules B10 et B11, pour indiquer l'incertitude-type composée de la masse volumique de l'éthanol.

GUM vs EURACHEM

Aucune différence entre la méthode EURACHEM et GUM.

Table

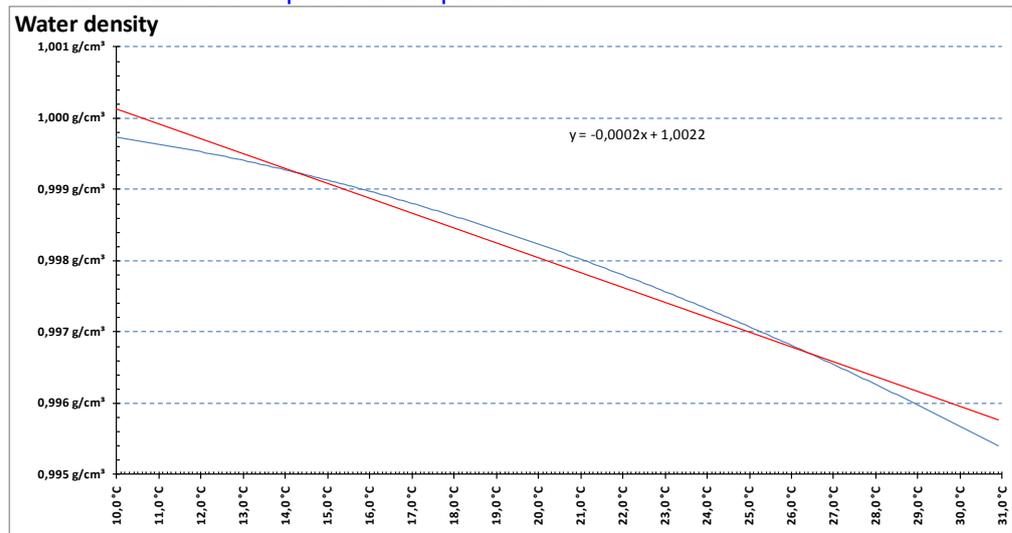
ANNEXE 3 – MASSE VOLUMIQUE DE L'EAU – TABLE

TABLE

La masse volumique ρ_{Eau} de l'eau distillée est déterminée à partir des données de la table suivante :

T/°C	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10.	0.99973	0.99972	0.99971	0.99970	0.99969	0.99968	0.99967	0.99966	0.99965	0.99964
11.	0.99963	0.99962	0.99961	0.99960	0.99959	0.99958	0.99957	0.99956	0.99955	0.99954
12.	0.99953	0.99951	0.99950	0.99949	0.99948	0.99947	0.99946	0.99944	0.99943	0.99942
13.	0.99941	0.99939	0.99938	0.99937	0.99935	0.99934	0.99933	0.99931	0.99930	0.99929
14.	0.99927	0.99926	0.99924	0.99923	0.99922	0.99920	0.99919	0.99917	0.99916	0.99914
15.	0.99913	0.99911	0.99910	0.99908	0.99907	0.99905	0.99904	0.99902	0.99900	0.99899
16.	0.99897	0.99896	0.99894	0.99892	0.99891	0.99889	0.99887	0.99885	0.99884	0.99882
17.	0.99880	0.99879	0.99877	0.99875	0.99873	0.99871	0.99870	0.99868	0.99866	0.99864
18.	0.99862	0.99860	0.99859	0.99857	0.99855	0.99853	0.99851	0.99849	0.99847	0.99845
19.	0.99843	0.99841	0.99839	0.99837	0.99835	0.99833	0.99831	0.99829	0.99827	0.99825
20.	0.99823	0.99821	0.99819	0.99817	0.99815	0.99813	0.99811	0.99808	0.99806	0.99804
21.	0.99802	0.99800	0.99798	0.99795	0.99793	0.99791	0.99789	0.99786	0.99784	0.99782
22.	0.99780	0.99777	0.99775	0.99773	0.99771	0.99768	0.99766	0.99764	0.99761	0.99759

Ce tableau ne donnant aucune information sur la « précision » des valeurs, ses données sont ensuite transposées dans un tableur pour tracer la relation entre la masse volumique et la température :



Ce tracé permet de déterminer la pente β de la droite et son ordonnée à l'origine α pour calculer la masse volumique en fonction de la température :

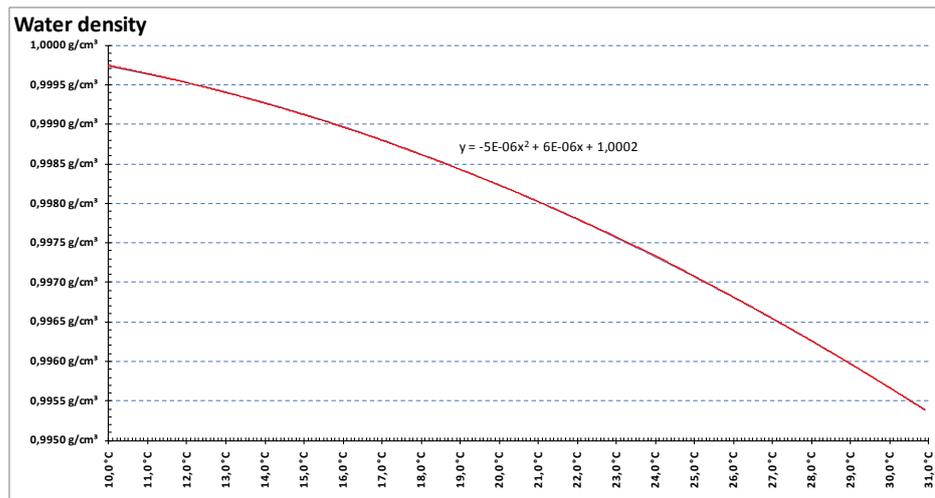
$$\rho_{Eau} = \alpha + \beta \times t_{Eau} \quad (6) \quad \text{où :}$$

ρ_{Eau}	Masse volumique de l'eau (g/cm ³)
α	Ordonnée à l'origine ($\alpha = 1,0022$ g/cm ³)
β	Pente de la droite ($\beta = - 0,0002$)
t_{Eau}	Température de l'eau (°C)

Ce tracé permet aussi de déterminer la courbe de tendance avec un polynôme de second degré pour calculer la masse volumique en fonction de la température :

$$\rho_{Eau} = \alpha + \beta \times (t_{Eau}) + \chi \times (t_{Eau})^2 \quad (6a) \quad \text{où :}$$

ρ_{Eau}	Masse volumique de l'eau
α	Ordonnée à l'origine ($\alpha = 1,0002$ g/cm ³)
β	Coeff. de premier degré ($\beta = 6,3^{E-6}$)
χ	Coeff. de second degré ($\chi = - 5,3^{E-6}$)
t_{Eau}	Température de l'eau (°C)



INCERTITUDE SELON GUM

L'incertitude-type de la masse volumique de l'eau vaut :

$$u(\rho_{Eau}) = \sqrt{u^2(\text{formule}) + c^2 \times u^2(t_{Eau})} \quad (7)$$

Incertitude-type de la formule

L'incertitude-type liée à la formule correspond à la plus grande différence entre les valeurs de la table et les valeurs recalculées à partir de la formule (6) pour chaque température. Cette plus grande différence correspond à 4^{E-4} g/cm³. L'incertitude-type liée à la formule est égale à 4^{E-4} g/cm³ (8)⁴.

Incertitude-type de la température

Le thermomètre utilisé est étalonné périodiquement. Sa résolution est inférieure ou égale à 0,1 °C. Quel que soit le thermomètre, il n'est pas possible de mesurer la température d'un liquide avec une incertitude-type meilleure que 0,2 °C ; cela en raison de l'homogénéité et de la stabilité de la température de l'eau.

En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type est déterminée à partir de l'incertitude mentionnée dans le certificat d'étalonnage du thermomètre, auquel on associe sa pérennité.

$$u(t_{Eau}) = \sqrt{\frac{u_{\text{étalonnage}}^2 + u_{\text{pérennité}}^2}{3}} \quad \text{avec } u_{\text{pérennité}} \geq u_{\text{étalonnage}} \quad (9)$$

Le coefficient de sensibilité c relatif à t est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction : $\rho_{Eau} = \alpha + \beta \times t_{Eau}$

Le coefficient de sensibilité c relatif à t_{Eau} est égal à β (-2^{E-4}). (10)

Incertitude-type composée

Certaines valeurs numériques des coefficients de sensibilité dépendent de la température. Ainsi, il n'est pas possible d'utiliser les valeurs de cet exemple pour d'autres températures. La contribution de la résolution du thermomètre est bien plus faible que celle de son certificat d'étalonnage. La contribution au calcul d'incertitude est négligée.

Grandeur	Mesure	Incertitude	Pérennité	Incert. type
----------	--------	-------------	-----------	--------------

⁴ Cette composante peut être réduite avec la droite de tendance de second ordre, car cette plus grande différence ne correspond plus qu'à $1,6^{E-5}$ g/cm³. L'incertitude-type liée à la formule est égale à $1,6^{E-5}$ g/cm³ (8a).

Annexe 3 – Masse volumique de l'eau – Table

Incertitude selon EURACHEM

Grandeur	Mesure	Incertitude	Pérennité	Incert. type
Thermomètre	23,0°C	± 0,1°C	± 0,1°C	0,08°C
Composantes d'incert.	Incert. type u_i	Coeff. de sensibilité c_i	Incert. $u_i \cdot c_i$	
Formule	4 ^{E-4} g/cm ³	1	4,0 ^{E-4} g/cm ³	
Température de l'eau	0,2°C	-0,0002	4,2 ^{E-8} g/cm ³	
Incertitude-type composée $u_c(\rho_{Eau})$:				4,0^{E-4} g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

Incertitude-type de la formule et de la température

Elle est calculée de la même façon que selon la méthode du GUM.

Incertitude-type composée

	A	B	C
1			t_{Eau}
2		Valeur	23,0°C
3		Incert. Type	0,2 °C
4	t_{Eau}	23,0°C	23,2
5	Beta	-0,00021	-0,00021
6	Alpha	1,0022	1,0022
7	$\rho_{Eau-Table}$	0,99741 g/cm ³	0,99737
8	$u(y, x_i)$		-4,2 ^{E-5}
9	$u(y, x_i)^2$	1,7 ^{E-9}	1,7 ^{E-9}
10	$u(\rho_{Eau}, t_{Eau})$	4,2 ^{E-5} g/cm ³	
11	$u_{formule}$	4,0 ^{E-4} g/cm ³	
12	$u_c(\rho_{Eau-Table})$	4,0 ^{E-4} g/cm ³	

La valeur du paramètre t_{Eau} est entrée dans la seconde ligne en C2. Son incertitude-type est dans la ligne du dessous (C3). La feuille de calcul copie la valeur de C2 dans la seconde colonne en B4. Les constantes 'alpha' et 'beta' de la formule pour la masse volumique de l'eau sont entrées dans les cellules de B5 et B6 et la feuille de calcul les recopie les mêmes valeurs dans les cellules de C5 et C6. Le résultat ρ_{Eau} utilisant ces valeurs est donné en B7 selon la formule (6). La cellule C4 indique la valeur t_{Eau} en C2 augmentée de son incertitude donnée en C3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs de C4 à C6 est donné en C7. La valeur indiquée dans la cellule C8 est la différence entre la cellule C7 moins la valeur donnée en B7. La valeur de la cellule C8 est élevée au carré pour donner la valeur indiquée en C9. La cellule B10 indique l'incertitude-type, fonction de t_{Eau} , qui est la racine carrée de la cellule B9. La cellule B11 indique l'incertitude-type liée à la formule. La cellule B12 calcule la racine de la somme des carrés des cellules B10 et B11 pour indiquer l'incertitude-type composée de la masse volumique de l'eau.

GUM vs EURACHEM

Aucune différence entre la méthode de l'EURACHEM et celle du GUM.

ANNEXE 4 – INCERTITUDE DE LA MASSE VOLUMIQUE DU SOLIDE

SÉRIES DE MESURES AVEC DE L'ÉTHANOL

- Chaque échantillon est évalué 5 fois par immersion dans l'éthanol.
- Le plus grand écart-type parmi les séries de mesure est 0,0056 g/cm³.

N° échantillon	#	Mesures						Calculs			
		Masse		Air				Masse volumique		Solide	
		Dans l'air (A)	Dans liquide (B)	t _{Éthanol}	t _{air}	h _{air}	p _{air}	Éthanol	Air	Masse volumique	Écart-type
a1	1	0,06953 g	0,04000 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,852 g/cm ³	0,0011 g/cm ³
	2	0,06953 g	0,04000 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,852 g/cm ³	
	3	0,06963 g	0,04000 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,850 g/cm ³	
	4	0,06963 g	0,04000 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,850 g/cm ³	
	5	0,06963 g	0,04000 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,850 g/cm ³	
b2	1	0,06884 g	0,03880 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,803 g/cm ³	0,0056 g/cm ³
	2	0,06874 g	0,03870 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,800 g/cm ³	
	3	0,06874 g	0,03880 g	22,1 °C	19,1 °C	50%	1000 hPa	0,78753 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,808 g/cm ³	
	4	0,06884 g	0,03860 g	22,1 °C	19,1 °C	50%	1000 hPa	0,78753 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,793 g/cm ³	
	5	0,06884 g	0,03870 g	22,1 °C	19,1 °C	50%	1000 hPa	0,78753 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,799 g/cm ³	
c3	1	0,08444 g	0,04760 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,803 g/cm ³	0,0038 g/cm ³
	2	0,08434 g	0,04760 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,806 g/cm ³	
	3	0,08424 g	0,04740 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,800 g/cm ³	
	4	0,08424 g	0,04760 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,810 g/cm ³	
	5	0,08434 g	0,04760 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,807 g/cm ³	
d4	1	0,08254 g	0,04730 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,842 g/cm ³	0,0040 g/cm ³
	2	0,08264 g	0,04720 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,834 g/cm ³	
	3	0,08264 g	0,04720 g	22,7 °C	19,7 °C	50%	1000 hPa	0,78702 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,835 g/cm ³	
	4	0,08274 g	0,04720 g	22,7 °C	19,7 °C	50%	1000 hPa	0,78702 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,832 g/cm ³	
	5	0,08264 g	0,04720 g	22,2 °C	19,2 °C	50%	1000 hPa	0,78744 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,836 g/cm ³	
e5	1	0,06823 g	0,03880 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,824 g/cm ³	0,0050 g/cm ³
	2	0,06823 g	0,03870 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,818 g/cm ³	
	3	0,06823 g	0,03880 g	22,7 °C	19,7 °C	50%	1000 hPa	0,78702 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,824 g/cm ³	
	4	0,06823 g	0,03870 g	22,7 °C	19,7 °C	50%	1000 hPa	0,78702 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,818 g/cm ³	
	5	0,06823 g	0,03860 g	22,6 °C	19,6 °C	50%	1000 hPa	0,78710 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,812 g/cm ³	
f6	1	0,06033 g	0,03400 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,803 g/cm ³	0,0036 g/cm ³
	2	0,06043 g	0,03410 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,806 g/cm ³	
	3	0,06033 g	0,03400 g	22,8 °C	19,8 °C	50%	1000 hPa	0,78693 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,803 g/cm ³	
	4	0,06033 g	0,03400 g	22,8 °C	19,8 °C	50%	1000 hPa	0,78693 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,803 g/cm ³	
	5	0,06033 g	0,03390 g	22,8 °C	19,8 °C	50%	1000 hPa	0,78693 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,796 g/cm ³	
g7	1	0,06363 g	0,03550 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,779 g/cm ³	0,0019 g/cm ³
	2	0,06363 g	0,03550 g	22,9 °C	19,9 °C	50%	1000 hPa	0,78685 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,779 g/cm ³	
	3	0,06353 g	0,03550 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,783 g/cm ³	
	4	0,06353 g	0,03550 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,783 g/cm ³	
	5	0,06363 g	0,03550 g	23,0 °C	20,0 °C	50%	1000 hPa	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³	1,779 g/cm ³	

INCERTITUDE SELON GUM

Selon le GUM, l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Solide})$ de la mesure associée à la masse volumique du solide peut être rédigée comme :

$$u_c^2(\rho_{Solide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$$

$$u_c(\rho_{Solide}) = \sqrt{c_0^2 \times u_a^2 + c_1^2 \times u_A^2 + c_2^2 \times u_B^2 + c_3^2 \times u_{\rho_0}^2 + c_4^2 \times u_{\rho_{Air}}^2}$$

où $u^2(x_j)$ sont les composantes d'incertitudes (variances) et c_j^2 sont les coefficients de sensibilité.

Répétabilité des mesurages

L'incertitude-type u_o de la masse volumique moyenne résultant des n mesurages est déterminée selon (4). Le coefficient de sensibilité c_0 est égal à 1.

Mesure de la masse dans l'air u_A

L'incertitude-type liée à la mesure de la masse dans l'air est déterminée selon (5). Le coefficient de sensibilité c_1 est égal à :

$$c_1 = \frac{\partial \rho_{Solide}}{\partial A} = - \frac{B}{(A - B)^2} \times (\rho_{Air} - \rho_0)$$

Incertitude selon EURACHEM

Mesurage de la masse dans le liquide auxiliaire u_B

L'incertitude-type liée à la mesure de la masse dans l'air est déterminée selon (5). Le coefficient de sensibilité c_2 est égal à : $c_2 = \frac{\partial \rho_{Solide}}{\partial B} = \frac{A}{(A-B)^2} \times (\rho_0 - \rho_{Air})$

Masse volumique du liquide auxiliaire

L'incertitude-type de la masse volumique du liquide auxiliaire est déterminée selon l'annexe 2 (pour l'éthanol) ou l'annexe 3 (pour l'eau). Le coefficient de sensibilité c_3 est égal à : $c_3 = \frac{\partial \rho_{Solide}}{\partial \rho_0} = \frac{A}{A-B}$

Masse volumique de l'air

L'incertitude-type de la masse volumique de l'air est déterminée selon l'annexe 1. Le coefficient de sensibilité c_4 est égal à : $c_3 = \frac{\partial \rho_{Solide}}{\partial \rho_{Air}} = \frac{A}{B-A}$

Incertitude-type composée $u_c(\rho_{Solide})$

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Solide})$ de la mesure associée à la valeur ρ_{Solide} est calculée ainsi :

$$u_c^2(\rho_{Solide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$$

L'incertitude élargie $U_{\rho_{Solide}}$ de la masse volumique est égale à 2 fois l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Solide})$. Un exemple de calcul est proposé ci-après.

Cas d'un solide plongé dans de l'éthanol

	Composantes d'incertitude	Incert. type u_j	Coeff. de sensibilité c_j	Incert. $u_j \cdot c_j$
u_a	Répétabilité	$2,6^{E-3}$ g/cm ³	1	$2,5^{E-3}$ g/cm ³
u_A	Masse dans l'air (EMT balance)	0,00006 g	$3,6^{E+1}$	$2,1^{E-3}$ g/cm ³
u_B	Masse dans l'éthanol (EMT balance)	0,00006 g	$6,3^{E+1}$	$3,6^{E-3}$ g/cm ³
$u(\rho_{Air})$	Masse volumique de l'air	$1,4^{E-4}$ g/cm ³	$-2,4^{E+0}$	$3,2^{E-4}$ g/cm ³
$u(\rho_{Ethanol})$	Masse volumique de l'éthanol	$4,8^{E-5}$ g/cm ³	$2,4^{E+0}$	$4,0^{E-4}$ g/cm ³
$u_c(\rho_{Solide})$	Incertitude-type composée			$4,9^{E-3}$ g/cm ³
$U(\rho_{Solide})$	Incertitude élargie			$\pm 0,010$ g/cm³

Cas d'un solide plongé dans de l'eau

	Composantes d'incertitude	Incert. type u_j	Coeff. de sensibilité c_j	Incert. $u_j \cdot c_j$
u_a	Répétabilité	$2,6^{E-3}$ g/cm ³	1	$2,5^{E-3}$ g/cm ³
u_A	Masse dans l'air (EMT balance)	0,00006 g	$4,6^{E+1}$	$2,6^{E-3}$ g/cm ³
u_B	Masse dans l'eau (EMT balance)	0,00006 g	$7,9^{E+1}$	$4,6^{E-3}$ g/cm ³
$u(\rho_{Air})$	Masse volumique de l'air	$1,4^{E-4}$ g/cm ³	$-2,4^{E+0}$	$3,2^{E-4}$ g/cm ³
$u(\rho_{Eau-Table})$	Masse volumique de l'eau	$4,5^{E-5}$ g/cm ³	$2,4^{E+0}$	$1,1^{E-4}$ g/cm ³
$u_c(\rho_{Solide})$	Incertitude-type composée			$5,9^{E-3}$ g/cm ³
$U(\rho_{Solide})$	Incertitude élargie			$\pm 0,012$ g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Solide})$ de la mesure est réalisée en appliquant la méthode numérique.

Répétabilité, masse dans l'air u_A et masse dans l'eau u_B

Les incertitudes-types sont déterminées de la même façon que selon la méthode du GUM.

Masse volumique du liquide auxiliaire

L'incertitude-type est déterminée de la même façon que selon la méthode du GUM.

Incetitude-type composée $u_C(\rho_{\text{Solide}})$

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_C(\rho_{\text{Solide}})$ de la mesure associée à la valeur ρ_{Solide} est réalisée en appliquant la méthode numérique.

Incetitude élargie $U(\rho_{\text{Solide}})$

L'incertitude élargie $U(\rho_{\text{Solide}})$ de la masse volumique est égale à 2 fois l'incetitude-type composée. Un exemple de calcul est proposé ci-après.

Cas d'un solide plongé dans de l'éthanol

	A	B	ρ_{Ethanol}	ρ_{air}
Valeur	0,06953 g	0,04000 g	0,78676 g/cm ³	0,0012 g/cm ³
Incert. Type	0,00006 g	0,00006 g	0,00018 g/cm ³	0,0001 g/cm ³
A	0,06953 g	0,06953	0,06953	0,06953
B	0,04000 g	0,04000	0,04000	0,04000
$\bar{\rho}_{\text{Ethanol}}$	0,78676 g/cm ³	0,7868	0,7868	0,7868
ρ_{air}	0,0012 g/cm ³	0,0012	0,0012	0,0013
Masse vol. Solide	1,851 g/cm ³	1,8488	1,8545	1,8513
$u(y, x_i)$		-2,1 ^{E-3}	3,6 ^{E-3}	4,1 ^{E-4}
$u(y, x_i)^2$	1,8 ^{E-5}	4,3 ^{E-6}	1,3 ^{E-5}	1,7 ^{E-7}
$u(\rho_{\text{Solide}})$	4,2 ^{E-3} g/cm ³			
Répétabilité	2,6 ^{E-3} g/cm ³			
$u_C(\rho_{\text{Solide}})$	4,9 ^{E-3} g/cm ³			
Incert. élargie U	± 0,010 g/cm³			

Cas d'un solide plongé dans de l'eau

	A	B	$\bar{\rho}_{\text{Eau-Table}}$	$\bar{\rho}_{\text{air}}$
Valeur	0,06953 g	0,04000 g	0,9974 g/cm ³	0,0012 g/cm ³
Incert. Type	0,00006 g	0,00006 g	0,0004 g/cm ³	0,0001 g/cm ³
A	0,06953 g	0,06953	0,06953	0,06953
B	0,04000 g	0,04000	0,04000	0,04000
$\bar{\rho}_{\text{Eau-Table}}$	0,9974 g/cm ³	0,9974	0,9974	0,9974
ρ_{air}	0,0012 g/cm ³	0,0012	0,0012	0,0013
Masse vol. Solide	2,347 g/cm ³	2,3442	2,3514	2,3478
$u(y, x_i)$		-2,6 ^{E-3}	4,6 ^{E-3}	9,4 ^{E-4}
$u(y, x_i)^2$	2,9 ^{E-5}	6,9 ^{E-6}	2,1 ^{E-5}	8,8 ^{E-7}
$u(\rho_{\text{Solide}})$	5,4 ^{E-3} g/cm ³			
Répétabilité	2,6 ^{E-3} g/cm ³			
$u_C(\rho_{\text{Solide}})$	6,0 ^{E-3} g/cm ³			
Incert. élargie U	± 0,012 g/cm³			

GUM vs EURACHEM

Pas de différence entre la méthode de calcul EURACHEM et GUM.

ANNEXE 5 – MASSE VOLUMIQUE DE L'EAU – BIPM

FORMULE DU BIPM

$$\rho_{Eau} = a_5 \left[1 - \frac{(t_{Eau} + a_1)^2 (t_{Eau} + a_2)}{a_3 (t_{Eau} + a_4)} \right]$$

a_1	=	-3,983035
a_2	=	301,797
a_3	=	522528,9
a_4	=	69,34881
a_5	=	999,974950
t_{Eau}	=	température de l'eau en °C

Cette équation donne les valeurs de masse volumique de l'eau exprimée en kg/m³, à 4 décimales près pour une plage de température de 0 °C à 40 °C.

INCERTITUDE SELON GUM

L'incertitude-type de la masse volumique de l'eau ρ_{Eau} vaut :

$$u(\rho_{Eau}) = \sqrt{u^2(formule) + u^2(composition) + c_{Eau}^2 \times u^2(t_{Eau})} \quad (30)$$

Incertitude-type de la formule

L'article de la revue Metrologia indique dans son tableau 1 que la formule utilisée donne une incertitude élargie ($k = 2$) proche de **0,0009 kgm³**. L'incertitude-type liée est calculée comme suit :

$$u(formule) = (0,0009) / 2$$

Incertitude-type de la composition de l'eau

En raison de la composition de différents échantillons d'eau purifiée (abondance isotopique, présence ou pas de gaz dissous), sa pureté, sa compressibilité, la différence peut atteindre **0,015 kgm³** comme indiqué dans l'article de la revue de l'IUPAC. En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type de la composition de l'eau est calculée comme suit :

$$u(composition) = (0,015) / \sqrt{3}$$

Incertitude-type de la température de l'eau

En supposant une distribution rectangulaire, l'incertitude-type est déterminée à partir de l'incertitude mentionnée dans le certificat d'étalonnage du thermomètre, auquel on associe sa pérennité.

$$u(t_{Eau}) = \sqrt{\frac{u_{\text{étalonnage}}^2 + u_{\text{pérennité}}^2}{3}} \quad \text{avec } u_{\text{pérennité}} \geq u_{\text{étalonnage}} \quad (33)$$

Le coefficient de sensibilité c_{Eau} relatif à t_{Eau} est déterminé à partir de la dérivée partielle de la fonction ρ_{Eau} . On peut simplifier sa présentation :

$$\rho_{Eau} = a_5 \left[1 - \frac{(t_{Eau} + a_1)^2 (t_{Eau} + a_2)}{a_3 (t_{Eau} + a_4)} \right] = a_5 - \frac{a_5 \left[(t_{Eau} + a_1)^2 (t_{Eau} + a_2) \right]}{a_3 (t_{Eau} + a_4)} = a_5 - \frac{u}{v}$$

Fonction u – Dérivée partielle u'	
$u = a_5 \left[(t_{Eau} + a_1)^2 (t_{Eau} + a_2) \right] = a_5 \left[t_{Eau}^2 + 2a_1 t_{Eau} + a_1^2 \right] (t_{Eau} + a_2)$	
$u = a_5 \left[t_{Eau}^3 + 2a_1 t_{Eau}^2 + a_1^2 t_{Eau} + a_2 t_{Eau}^2 + 2a_1 a_2 t_{Eau} + a_1^2 a_2 \right]$	
$u = a_5 \left[t_{Eau}^3 + 2a_1 t_{Eau}^2 + a_2 t_{Eau}^2 + a_1^2 t_{Eau} + 2a_1 a_2 t_{Eau} + a_1^2 a_2 \right]$	
$u = a_5 \left[t_{Eau}^3 + t_{Eau}^2 (2a_1 + a_2) + t_{Eau} (a_1^2 + 2a_1 a_2) + a_1^2 a_2 \right]$	
$u' = a_5 \left[3t_{Eau}^2 + 2t_{Eau} (2a_1 + a_2) + a_1^2 + 2a_1 a_2 \right]$	
Fonction v – Dérivée partielle v'	Formule pour le coefficient de sensibilité c_{Eau}

$$\begin{array}{|l} v = a_3(t_{Eau} + a_4) = a_3 t_{Eau} + a_3 a_4 \\ v' = a_3 \end{array} \quad \frac{\delta \rho_{Eau}}{\delta t_{Eau}} = c_{Eau} = - \left(\frac{u'v - v'u}{v^2} \right)$$

Le coefficient de sensibilité c_{Eau} relatif à t_{Eau} est égal à :

$$\frac{\delta \rho_{Eau}}{\delta t_{Eau}} = c_{Eau} = -a_3 \left[\frac{[(3t_{Eau}^2 + 2t_{Eau}(2a_1 + a_2) + a_1^2 + 2a_1 a_2)] \times [a_3(t_{Eau} + a_4)] - a_3[(t_{Eau} + a_1)^2(t_{Eau} + a_2)]}{[a_3(t_{Eau} + a_4)]^2} \right]$$

Incertitude-type de la masse volumique de l'eau selon GUM

Certaines valeurs numériques des coefficients de sensibilité dépendent de la température. Ainsi, il n'est pas possible d'utiliser les valeurs de cet exemple pour d'autres températures.

La contribution de la résolution du thermomètre est bien plus faible que celle de son certificat d'étalonnage. La contribution au calcul d'incertitude est négligée.

Grandeur	Mesure	Incertitude	Pérennité	Incert. type
Température	23 °C	± 0,1 °C	± 0,1 °C	0,08 °C
Composantes d'incertitude	Incert. type u_i	Coeff. de sensibilité c_i	Incert. $u_i \cdot c_i$	
Formule	5^{E-7} g/cm ³	1	$4,5^{E-7}$ g/cm ³	
Composition	$1,5^{E-5}$ g/cm ³	1	$1,5^{E-5}$ g/cm ³	
Température de l'eau	0,2 °C	-0,0002	$4,7^{E-5}$ g/cm ³	
Incertitude-type composée $u_c(\rho_w)$				$5,0^{E-5}$ g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

Incertitudes-types liées à la formule, à la composition de l'eau et à la température

Elles sont calculées de la même façon que celles pour le GUM.

Incertitude-type de la masse volumique de l'eau selon EURACHEM

En prenant les mêmes valeurs numériques que dans le tableau précédent, on obtient :

	A	B	C
1			t_{Eau}
2		Valeur	23,00 °C
3		Incert. Type	0,2 °C
4	t_{Eau}	23,0 °C	23,2
5	α_1	-3,983035	-3,983035
6	α_2	301,797	301,797
7	α_3	522528,9	522528,9
8	α_4	69,34881	69,34881
9	α_5	999,97495	999,97495
10	$\rho_{Eau-BIPM}$	0,99754 g/cm ³	0,997493
11	$u(y, x_i)$		$4,8^{E-5}$
12	$u(y, x_i)^2$	$2,3^{E-9}$	$2,3^{E-9}$
13	$u(\rho_{Eau}, t_{Eau})$	$4,8^{E-5}$ g/cm ³	
14	$u_{Composition}$	$1,5^{E-5}$ g/cm ³	
15	$u_{Formule}$	$4,5^{E-7}$ g/cm ³	
16	$u_c(\rho_{Eau-BIPM})$	$5,0^{E-5}$ g/cm³	

La valeur du paramètre t_{Eau} est entrée dans la seconde ligne en C2. Son incertitude-type est dans la ligne du dessous en C3. La feuille de calcul copie la valeur de C2 dans la seconde colonne en B4. Les constantes de la formule pour la masse volumique de l'eau sont entrées dans les cellules de B5 à B9 et la feuille de calcul les recopie les mêmes valeurs dans les cellules de C5 à C9. Le résultat $\rho_{Eau-BIPM}$ utilisant ces valeurs est donné en B10. La cellule C4 indique la valeur de t_{Eau} en C2 augmentée de son incertitude donnée en C3. Le résultat du calcul utilisant les valeurs de C4 à C9 est donné en C10. La valeur indiquée dans la cellule C11 est la différence entre la cellule C10 et B10. La valeur de la cellule C11 est élevée au carré pour donner la valeur indiquée en C12. La cellule B13 correspond à la racine carrée de la cellule B12. La cellule B14 indique l'incertitude-type liée à la composition de l'eau. La cellule B15 indique l'incertitude-type liée à la formule. La cellule B16 calcule la racine de la somme des carrés des cellules B13 à B15, pour indiquer l'incertitude-type composée de la masse volumique de l'eau.

GUM vs EURACHEM

Pas de différence entre la méthode EURACHEM et celle du GUM.

Incertitude selon GUM

ANNEXE 6 – INCERTITUDE DE LA MASSE VOLUMIQUE DU LIQUIDE

INCERTITUDE SELON GUM

Selon GUM, l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$ de la mesure associée à la masse volumique du liquide peut être rédigée comme :

$$u_c^2(\rho_{Liquide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$$

$$u_c(\rho_{Liquide}) = \sqrt{c_0^2 \times u_a^2 + c_1^2 \times u_A^2 + c_2^2 \times u_B^2 + c_3^2 \times u_{\rho_{air}}^2}$$

où $u^2(x_j)$ sont les composantes d'incertitudes (variances) et c_j^2 sont les coefficients de sensibilité.

Répétabilité des mesurages

L'incertitude-type u_a de la masse volumique moyenne résultant des n mesurages est déterminée selon (13). Le coefficient de sensibilité c_0 est égal à 1.

Mesure de la masse dans l'air u_A

L'incertitude-type liée à la mesure de la masse dans l'air est déterminée selon (13). Le coefficient de sensibilité c_1 est égal à : $c_1 = \frac{\partial \rho_{Liquide}}{\partial A} = \alpha \times \rho_{air} \times \frac{1-b}{V}$

Mesurage de la masse dans le liquide auxiliaire u_B

L'incertitude-type liée à la mesure de la masse dans l'air est déterminée selon (13). Le coefficient de sensibilité c_2 est égal à : $c_2 = \frac{\partial \rho_{Liquide}}{\partial B} = \alpha \times \rho_{air} \times \frac{A-1}{V}$

Volume du plongeur

L'incertitude-type liée au volume du plongeur est déterminée selon (14). Le coefficient de sensibilité c_3 est égal à : $c_3 = \frac{\partial \rho_{Liquide}}{\partial V} = \alpha \times \rho_{air} \times \frac{B-A}{V^2}$

Masse volumique de l'air

L'incertitude-type de la masse volumique de l'air est déterminée selon l'annexe 1. Le coefficient de sensibilité c_3 est égal à : $c_3 = \frac{\partial \rho_{Liquide}}{\partial \rho_{air}} = \frac{A}{B-A}$

Incetitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$ de la mesure associée à la valeur $\rho_{Liquide}$, est calculée ainsi : $u_c^2(\rho_{Liquide}) = \sum_j c_j^2 \cdot u^2(x_j) = \sum_j \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 \cdot u^2(x_j)$

L'incertitude élargie $U_{\rho_{Liquide}}$ de la masse volumique est égale à 2 fois l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$, voir exemple de calcul proposé ci-après.

Composantes d'incertitude	Incert. type u_i	Coeff. de sensibilité c_i	Incert. $u_i \cdot c_i$
u_a Répétabilité	0,0003 g/cm ³	1	2,6 ^{E-4} g/cm ³
u_A Masse dans l'air (EMT balance)	0,00003 g	1,3 ^{E-3}	3,8 ^{E-8} g/cm ³
u_B Masse dans le liquide (EMT balance)	0,00003 g	-1,2 ^{E-4}	-3,4 ^{E-9} g/cm ³
u_V Volume du plongeur	0,0003 mL	-1,0 ^{E-1}	-2,9 ^{E-5} g/cm ³
$u(\rho_{air})$ Masse volumique de l'air	0,0001 g/cm ³	1,0 ^{E+0}	1,4 ^{E-4} g/cm ³
$u_c(\rho_{Liquide})$	Incertitude-type composée		2,9 ^{E-4} g/cm ³
$U(\rho_{Liquide})$	Incertitude élargie		5,9^{E-4} g/cm³

INCERTITUDE SELON EURACHEM

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$ de la mesure est réalisée en appliquant la méthode numérique.

Répétabilité des mesurages

L'incertitude-type est déterminée de la même façon que selon la méthode du GUM.

Mesure de la masse dans l'air u_A et dans l'eau u_B

Les incertitudes-types sont déterminées de la même façon que selon la méthode du GUM.

Masse volumique du liquide auxiliaire

L'incertitude-type est déterminée de la même façon que selon la méthode du GUM.

Incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$

L'estimation de l'incertitude-type composée $u_c(\rho_{Liquide})$ de la mesure associée à la valeur $\rho_{Liquide}$ est réalisée en appliquant la méthode numérique.

Incertitude élargie $U(\rho_{Liquide})$

L'incertitude élargie $U(\rho_{Liquide})$ de la masse volumique est égale à 2 fois l'incertitude-type composée. Un exemple de calcul est proposé ci-après.

	A	B	vol. Plongeur	ρ_{air}
Valeur	0,00000 g	-10,0000 g	10 mL	0,0012 g/cm ³
Incert. Type	0,00003 g	0,00003 g	0,0003 mL	0,0001 g/cm ³
A	0,00000 g	0,00003	0,00000	0,00000
B	-10,0000 g	-10,0000	-9,99997	-10,0000
vol. Plongeur	10 mL	10	10,0003	10
ρ_{air}	0,0012 g/cm ³	0,0012	0,0012	0,0012
α	0,99985	0,99985	0,99985	0,99985
Masse vol. Liquide	1,0010 g/cm ³	1,0010	1,0010	1,0010
$u(y, x_i)$	2,9 ^{E-6}	-2,9 ^{E-6}	-2,9 ^{E-5}	1,4 ^{E-4}
$u(y, x_i)^2$	2,0 ^{E-8}	8,3 ^{E-12}	8,3 ^{E-12}	1,9 ^{E-8}
$u(\rho_{Liquide})$	1,4 ^{E-4} g/cm ³			
Répétabilité	2,6 ^{E-4} g/cm ³			
$u_c(\rho_{Liquide})$	2,9 ^{E-4} g/cm ³			
Incert. élargie U	5,9^{E-4} g/cm³			

GUM vs EURACHEM

Pas de différence entre la méthode de calcul EURACHEM et GUM.

